

Grundsätzliche Überlegungen zu dem in DE 10 2012 000 044.8 beschriebenen Verfahren zur wechselwirkungsfreien Verschränkung von Quantensystemen in Quantencomputern

Um das in der Patentanmeldung DE 10 2012 000 044.8 (siehe [1]) in Abschnitt VII vorgeschlagene Verfahren zur wechselwirkungsfreien Verschränkung von Quantensystemen in Quantencomputern besser nachvollziehen zu können, möchte ich hier kurz auf einige, ganz grundsätzliche Zusammenhänge eingehen. Hierzu möchte ich die in [1] verwendeten Begriffe und Bezeichnungen übernehmen und wie in [1] ausschließlich reine Zustände betrachten.

Verschränkte Quantensysteme können aufgrund des im Rahmen der Quantenphysik postulierten und durch eine große Anzahl von Experimenten belegten Superpositionsprinzips auftreten. Unter dem Superpositionsprinzip versteht man folgendes (siehe hierzu beispielsweise [2] und [3]): Gibt es bei der Präparation eines Zustandes mehrere unterschiedliche Möglichkeiten, in der Weise, dass es prinzipiell unmöglich ist, zu entscheiden, welche Möglichkeit realisiert wurde, so ergibt sich der durch den Präparationsprozess resultierende Zustand durch die, mit der jeweiligen Wahrscheinlichkeitsamplitude gewichtete Summe (bei einer abzählbaren Anzahl) der einzelnen Möglichkeiten.

Weiter wird im Rahmen der Quantenphysik für ein abgeschlossenes Quantensystem gefordert, dass die zeitliche Entwicklung (die Zustandsdynamik) mittels unitärer Operatoren beschreibbar sein muss. Dieses gilt dann natürlich auch für die Zustandsdynamik, die einem Präparationsprozess zugeordnet werden kann, solange dieser die Norm erhält. Präparationsprozesse, welche die Norm erhaltenden, müssen somit mittels unitärer Operatoren beschreibbar sein. Operatoren, die man als Beschreibung eines konkreten, physikalischen Prozesses auffassen kann, möchte ich im Folgenden als „physikalisch realisierbare“ Operatoren bezeichnen.

Unabhängige Quantensysteme können im Rahmen der Quantenphysik immer durch Produktzustände beschrieben werden. Betrachtet man zwei unabhängige Quantensysteme A und B, mit den Systemhilberträumen H_A und H_B , so findet eine Beschreibung des Gesamtsystems in dem, über das Tensorprodukt der Systemräume gebildeten, Hilbertraum $H_{BA} = H_B \times H_A$ statt. Einem Operator E_A der nur auf H_A wirkt, wird auf H_{BA} dann der Operator $1 \times E_A$ (1 ist hier der Identitätsoperator) zugeordnet. Einem auf H_B lokalisierten Operator E_B wird dann auf H_{BA} der Operator $E_B \times 1$ zugeordnet. Solange die Systeme als unabhängig betrachtet

werden können, lässt sich jede Zustandstransformation durch einen Operator der Form $E_B \times E_A$, also als Tensorprodukt zweier lokal auf den jeweiligen Systemhilberträumen wirkenden Operatoren beschreiben. Wechselwirkungen zwischen den Systemen werden daher auf H_{BA} durch Operatoren W_{BA} beschrieben, die nicht in ein Tensorprodukt von zwei lokal wirkenden Operatoren zerlegt werden können. Wechselwirkungsoperatoren W_{BA} sind somit immer nicht-lokale Operatoren.

Allerdings kann hieraus nicht geschlossen werden, dass jeder physikalisch realisierbare, eine Zustandstransformation beschreibende, nicht-lokale, unitäre Operator eine Wechselwirkung beschreibt und daher als Wechselwirkungsoperator aufgefasst werden muss. Dass es auch physikalisch realisierbare, eine Zustandstransformation beschreibende, nicht-lokale, unitäre Operatoren gibt, die nicht als Wechselwirkungsoperatoren aufgefasst werden können, möchte ich kurz anhand eines einfachen Beispiels aufzeigen:

Hierzu möchte ich die in Abbildung 1 schematisch dargestellte Anordnung betrachten:

Zwei identisch aufgebaute Quellen Q1 und Q2 sollen zu frei wählbaren Zeitpunkten je ein Photon emittieren. Die Quelle Q1 das Photon 1 und die Quelle Q2 das Photon 2. Das Photon 1 soll auf dem Weg a auf einen symmetrischen, verlustfreien Strahlteiler ST auftreffen und das Photon 2 soll auf dem Weg b auf den Strahlteiler ST auftreffen. Die Wege a und b sollen sich auf dem Strahlteiler ST am Punkt P treffen. Weiter sollen die Wege, die die Photonen 1 und 2 von den Quellen Q1 und Q2 bis zum Auftreffpunkt P auf dem Strahlteiler zurücklegen müssen, exakt gleich lang sein. Die Quelle Q1 (Q2) soll dabei so angeordnet sein, dass das Photon 1 (Photon 2), wenn dieses am Strahlteiler reflektiert wird, sich auf dem Weg d (c) vom Strahlteiler wieder entfernt und das Photon 1 (Photon 2) wenn dieses den Strahlteiler transmittiert, sich auf dem Weg c (d) vom Strahlteiler wieder entfernt (siehe Abb. 1).

Weiter möchte ich noch die folgende Schreibweise einführen: Fliegt ein Photon in die Richtung 1 (Weg a und c) so wird dem Photon i ($i = 1,2$) der Zustand $|1\rangle_i$ zugeordnet. Fliegt das Photon i in die Richtung 0 (Weg b und d), so wird diesem der Zustand $|0\rangle_i$ zugeordnet. Bevor die beiden unabhängigen, identischen Photonen den Strahlteiler ST erreichen, kann diesen dann der Zustand

$$\Psi_1 = |0\rangle_2 |1\rangle_1 = |0,1\rangle \quad (1)$$

zugeordnet werden. Die, durch den symmetrischen Strahlteiler bewirkte, Zustandstransformation lässt sich dann für zwei unterscheidbare Photonen (dieses kann beispielsweise dadurch erreicht werden, wenn die beiden identischen Photonen zeitlich so versetzt auf den Strahlteiler ST auftreffen, dass die den Photonen zugeordneten Wellenzüge (Wellenpakete) am Strahlteiler nicht überlappen) durch den unitären, lokalen Operator U_{ST} beschreiben [4], [5]:

$$U_{ST} = \frac{1}{\sqrt{4}} \begin{matrix} |0,0\rangle \\ |0,1\rangle \\ |1,0\rangle \\ |1,1\rangle \end{matrix} \begin{matrix} \langle 0,0| & \langle 0,1| & \langle 1,0| & \langle 1,1| \\ \begin{bmatrix} 1 & i & i & -1 \\ i & 1 & -1 & i \\ i & -1 & 1 & i \\ -1 & i & i & 1 \end{bmatrix} \end{matrix} \quad (2)$$

mit:
$$U_{ST} = \frac{1}{\sqrt{4}} \begin{bmatrix} 1 & i \\ i & 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 1 & i \\ i & 1 \end{bmatrix} \quad (3)$$

Für den am Strahlteiler auslaufenden Zustand Ψ_2 erhält man dann mit:

$$\Psi_2 = U_{ST} \Psi_1 \quad (4)$$

$$\Psi_2 = 1/4^{1/2} (i|1>_2|1>_1 + i|0>_2|0>_1 + |0>_2|1>_1 - |1>_2|0>_1). \quad (5)$$

Da die Frage, wann zwei physikalisch vollkommen identische Quantensysteme als unterscheidbar angesehen werden können, immer wieder Anlass zu kontroversen Diskussionen gibt, möchte ich an dieser Stelle kurz auf den Begriff „unterscheidbare, identische Quantensysteme“ eingehen:

Die am weitesten verbreitete und experimentell gut bestätigte Vorstellung, zu der Frage, wann man von unterscheidbaren, identischen Quantensystemen sprechen kann, möchte ich kurz anhand eines einfachen Beispiels erläutern: Hierzu möchte ich die in [6] beschriebenen Experimente betrachten, bei denen einzelne oder auch mehrere $^{40}\text{Ca}^+$ -Ionen in einer linearen Ionenfalle gespeichert werden. Werden in der in [6] beschriebenen linearen Ionenfalle beispielsweise zwei $^{40}\text{Ca}^+$ -Ionen gespeichert, so sind die einzelnen Ionen in einem, in guter Näherung etwa kugelförmigen Raumbereich mit einem Durchmesser von etwa $2 \mu\text{m}$ lokalisiert. Die beiden Raumbereiche R_1 (enthält das Ion 1) und R_2 (enthält das Ion 2) haben dabei einen Abstand von etwa $5 \mu\text{m}$. Die während des Betriebs der linearen Ionenfalle einzuhaltenden Randbedingungen stellen dabei sicher, dass mit an Sicherheit grenzender Wahrscheinlichkeit ausgeschlossen werden kann, dass die beiden Ionen ihre Plätze tauschen. Genau dieses ist der entscheidende Punkt. Die beiden Ionen

können genau dann als unterscheidbar angesehen werden, wenn diesen aufgrund der Randbedingungen klar unterscheidbare Raumbereiche so zugeordnet werden können, dass diese räumlich voneinander isoliert sind. Überlappen zu irgendeinem Zeitpunkt die beiden Raumbereiche R_1 und R_2 , so können die beiden Ionen ab diesem Zeitpunkt im Allgemeinen nicht mehr als unterscheidbar angesehen werden.

Diese Vorstellung lässt sich nun zwanglos auch auf die in Abb. 1 schematisch dargestellte Situation übertragen, bei der zwei identische Photonen auf den symmetrischen Strahlteiler ST treffen: Hierzu muss man dann natürlich in einem ersten Schritt den beiden Photonen Raumbereiche zuordnen, die beschreiben, wo die einzelnen Photonen zu einem bestimmten Zeitpunkt lokalisiert sind. Da Photonen sich mit Lichtgeschwindigkeit bewegen, muss dieses dann natürlich auch für die entsprechenden Raumbereiche gelten. Die kleinsten denkbaren Raumbereiche sind daher Raumbereiche die sich mit den einzelnen Photonen mitbewegen und in Ausbreitungsrichtung der Ausdehnung der, den einzelnen Photonen zugeordneten, Wellenpakete (welche durch die jeweiligen Zustände beschrieben werden) entsprechen und senkrecht zur Ausbreitungsrichtung durch die räumliche Abstrahlcharakteristik der jeweiligen Quelle festgelegt sind. Weiter ist zu beachten, dass einem einzelnen Photon, nachdem dieses den Strahlteiler passiert hat, ein Überlagerungszustand zugeordnet werden muss. Hinter dem Strahlteiler muss man somit jedem der beiden Zustandsanteile einen entsprechenden Raumbereich zuordnen. Weiter ist es eine experimentell gut bestätigte Tatsache, dass die einem Photon zugeordnete Energie am Strahlteiler nicht aufgeteilt wird. Die Energie eines Photons wird also am Strahlteiler entweder vollständig reflektiert oder vollständig transmittiert. Nach dem Strahlteiler kann die einem Photon zugeordnete Energie somit immer nur genau einem der beiden Zustandsanteile zugeordnet sein. Wobei es prinzipiell unmöglich ist, vorherzusagen, welchem Zustandsanteil die Energie des Photons zugeordnet werden muss.

Die einem Photon zugeordnete Energie ist somit immer in einem der für das Photon zu diesem Zeitpunkt „möglichen“ Raumbereiche lokalisiert. Entweder in dem, dem reflektierten Zustandsanteil zugeordneten Raumbereich oder in dem, dem transmittierten Zustandsanteil zugeordneten Raumbereich. Um den Sprachgebrauch möglichst einfach halten zu können, möchte ich auch dann von den für ein einzelnes Photon „möglichen“ Raumbereichen sprechen, wenn sich das Photon noch vor dem Strahlteiler befindet und diesem dann natürlich nur genau ein Raumbereich zugeordnet werden kann.

Für die in Abb. 1 schematisch dargestellte Situation ergibt sich dann die folgende Aussage: Die beiden Photonen, das von der Quelle Q1 emittierte Photon 1 und das von der Quelle Q2 emittierte Photon 2, können somit zu einem bestimmten Zeitpunkt genau dann als unterscheidbar angesehen werden, wenn die für das Photon 1 zu diesem Zeitpunkt möglichen Raumbereiche mit den für das Photon 2 zu diesem Zeitpunkt möglichen Raumbereiche nicht überlappen. Überlappen die Raumbereiche ab einem bestimmten Zeitpunkt, so können die beiden Photonen, abhängig vom Grad der Überlappung, im Allgemeinen ab diesem Zeitpunkt nicht mehr als unterscheidbar angesehen werden.

Basierend auf dieser Vorstellung lassen sich somit für die in Abb. 1 schematisch dargestellte Situation drei Fälle unterscheiden:

Fall 1: Die den beiden Photonen zugeordneten Raumbereiche befinden sich noch vor dem Strahlteiler (siehe hierzu auch Abb. 2): Da, die den beiden Photonen zu einem bestimmten Zeitpunkt T_A zugeordneten, Raumbereiche R_1 (Photon 1) und R_2 (Photon 2) aufgrund der Randbedingungen (der gewählten Anordnung) prinzipiell erst dann überlappen können, wenn diese den Strahlteiler erreichen, können die beiden Photonen vor dem Strahlteiler mit Sicherheit als unterscheidbar angesehen werden. Dabei spielt es keine Rolle, zu welchen Zeitpunkten die beiden Quellen die einzelnen Photonen emittieren.

Fall 2: Die, den beiden Photonen zugeordneten, Raumbereiche erreichen den Strahlteiler zeitlich so versetzt, dass die für das Photon 1 möglichen Raumbereiche mit den für das Photon 2 möglichen Raumbereichen am Strahlteiler nicht überlappen: In diesem Fall können die beiden Photonen auch nach dem Strahlteiler mit Sicherheit als unterscheidbar angesehen werden, da die für das Photon 1 nach dem Strahlteiler möglichen Raumbereiche R_{T1} und R_{R1} mit den für das Photon 2 nach dem Strahlteiler möglichen Raumbereiche R_{T2} und R_{R2} aufgrund der Randbedingungen dann natürlich prinzipiell nicht überlappen können. Dabei bezeichnet R_{Ti} den Raumbereich, der dem transmittierten Zustandsanteil von Photon i ($i = 1,2$) zu einem bestimmten Zeitpunkt T_B zugeordnet wird und R_{Ri} den Raumbereich, der dem reflektierten Zustandsanteil von Photon i zu dem Zeitpunkt T_B zugeordnet wird (siehe hierzu auch Abb. 2).

Als auslaufender Zustand am Strahlteiler ergibt sich im Fall 2 daher gemäß Gl. (4) der Produktzustand Ψ_2 . Eine vollkommen andere Situation liegt vor, wenn beide Quellen zeitgleich je ein Photon emittieren.

Fall 3: Beide Quellen emittieren zeitgleich je ein Photon: In diesem Fall treffen die, den einzelnen Photonen zugeordneten, Raumbereiche am Strahlteiler gleichzeitig ein. Ab dem Strahlteiler beginnen die für das Photon 1 möglichen Raumbereiche mit den für das Photon 2 möglichen Raumbereiche einander zu überlappen. Ab dem Zeitpunkt, ab dem die den beiden Photonen zugeordneten Raumbereiche den Strahlteiler vollständig passiert haben, überlappen die für das Photon 1 möglichen Raumbereiche maximal mit den für das Photon 2 möglichen Raumbereichen ($R_{R1} = R_{T2}$ und $R_{T1} = R_{R2}$). Die beiden Photonen müssen daher ab diesem Zeitpunkt als ununterscheidbar angesehen werden.

Auf den Fall 3 möchte ich nun etwas genauer eingehen. Da die beiden Photonen in diesem Fall nach dem Strahlteiler als ununterscheidbar angesehen werden müssen, kann der Zustand Ψ_2 nicht als am Strahlteiler auslaufender Zustand angesehen werden, da dieser nicht die für ununterscheidbare Quantensysteme geforderten Symmetrieeigenschaften besitzt. Nach dem in der Quantenphysik gültigen Spin-Statistik-Theorem [7] erhält man für ununterscheidbare Photonen (ganz allgemein für Bosonen) den am Strahlteiler auslaufenden Zustand ${}^B\Psi_3$ aus dem Zustand Ψ_2 , indem man den Zustand Ψ_2 symmetrisiert. Der Zustand ${}^B\Psi_3$ ist dann gegeben durch

$${}^B\Psi_3 = 1/2^{1/2}(|1\rangle_2|1\rangle_1 + |0\rangle_2|0\rangle_1). \quad (6)$$

Würde es sich hier nicht um Bosonen, sondern um zwei Fermionen handeln, so müsste man den Zustand Ψ_2 noch anti-symmetrisieren. Im Fall von Fermionen würde sich dann der Zustand

$${}^F\Psi_3 = 1/2^{1/2}(|0\rangle_2|1\rangle_1 - |1\rangle_2|0\rangle_1) \quad (7)$$

ergeben. Den korrekten Ausdruck für den am Strahlteiler auslaufenden Zustand erhält man somit erst, nachdem man den Zustand Ψ_2 im Fall von Bosonen symmetrisiert oder im Fall von Fermionen anti-symmetrisiert hat. Erst die Anwendung des Spin-Statistik-Theorems auf den Zustand Ψ_2 führt somit zu einer korrekten Beschreibung der betrachteten Situation am Strahlteiler ST.

Treffen die bisherigen Überlegungen zu, so kann man die Anwendung des Spin-Statistik-Theorems auf den Zustand Ψ_2 als Zustandstransformation auffassen. Den unitären Operator, der diese Zustandstransformation formal beschreibt, kann man einfach bestimmen, indem man den Zustand Ψ_2 umschreibt. Bezüglich der Bell-Basis erhält man:

$$\begin{aligned}
 \Psi_2 &= 1/4^{1/2} (i|1\rangle_2|1\rangle_1 + i|0\rangle_2|0\rangle_1 + |0\rangle_2|1\rangle_1 - |1\rangle_2|0\rangle_1) \\
 &= 1/2^{1/2} (i\Phi_+ - \Psi_-) = e^{i\pi} / 2^{1/2} (e^{-i\pi/2}\Phi_+ + \Psi_-) \\
 &= e^{i\pi} / 2^{1/2} (|A\rangle + |B\rangle). \tag{8}
 \end{aligned}$$

$$\text{mit: } |A\rangle = e^{-i\pi/2}\Phi_+ \text{ und } |B\rangle = \Psi_-, \text{ wobei gilt: } \langle A|B\rangle = 0. \tag{9}$$

Der Zustand Ψ_2 kann somit aber auch formal als ein Element eines zweidimensionalen Vektorraums aufgefasst werden, der durch die orthogonalen Zustandsvektoren $|A\rangle$ und $|B\rangle$ aufgespannt wird. Definiert man auf diesem Vektorraum den unitären Operator U_{NLB} gemäß

$$U_{NLB} = \begin{matrix} & \langle A | & \langle B | \\ \begin{matrix} |A\rangle \\ |B\rangle \end{matrix} & \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \end{matrix} \tag{10}$$

so erhält man:

$$U_{NLB} \Psi_2 = e^{i\pi} |A\rangle = i\Phi_+ = {}^B\Psi_3 \tag{11}$$

Für die betrachtete Situation am Strahlteiler kann die Wirkung der Anwendung des Spin-Statistik-Theorems auf den Zustand Ψ_2 für Bosonen somit formal mittels des Operators U_{NLB} beschrieben werden. Für den Fall, dass es sich bei den beiden Quantensystemen nicht um Bosonen sondern um Fermionen handelt, erhält man sofort:

$$U_{NLF} \Psi_2 = e^{i\pi} |B\rangle = -\Psi_- = {}^F\Psi_3 \tag{12}$$

$$\text{mit: } U_{NLF} = (U_{NLB})^{-1}. \tag{13}$$

U_{NLF} ist dabei durch den zu U_{NLB} inversen Operator gegeben. Insgesamt ergibt sich somit für die Zustandstransformation, die den einlaufenden Zustand in den auslaufenden Zustand überführt, für den Fall von zwei identischen Bosonen die Gleichung

$${}^B\Psi_3 = U_{NLB} U_{ST} |0,1\rangle \tag{14}$$

und für den Fall von zwei identischen Fermionen die Gleichung

$${}^F\Psi_3 = U_{\text{NLF}} U_{\text{ST}} |0,1\rangle. \quad (15)$$

Aus der Tatsache, dass die Operatoren U_{NLB} und U_{NLF} einen Produktzustand in einen verschränkten Zustand überführen, folgt, dass es sich bei diesen um nicht-lokale Operatoren handeln muss. Die entscheidende Frage ist nun die Folgende: Können die Operatoren U_{NLB} und U_{NLF} als Wechselwirkungsoperatoren aufgefasst werden? Da die Frage, ob jeder physikalisch realisierbare, eine Zustandstransformation beschreibende, nicht-lokale, unitäre Operator als Wechselwirkungsoperator aufgefasst werden kann, bisher nicht im Rahmen des der Quantenphysik zugrunde gelegten Formalismus allgemein beantwortet werden konnte, bleibt nur die Möglichkeit, jeden Einzelfall gesondert zu betrachten. Für das oben diskutierte Beispiel, wenn zwei identische Photonen zeitgleich auf den symmetrischen Strahlteiler treffen, lässt sich einfach zeigen, dass der Operator U_{NLB} nicht als Wechselwirkungsoperator aufgefasst werden kann: Damit man den Operator U_{NLB} als Wechselwirkungsoperator auffassen kann, muss man diesem auch eine Wechselwirkung zuordnen können. Da es bisher jedoch nicht gelungen ist, eine Wechselwirkung anzugeben, über die die beiden Photonen am Strahlteiler miteinander in Wechselwirkung treten können, kann der Operator U_{NLB} in diesem Beispiel auch nicht als Wechselwirkungsoperator aufgefasst werden.

Wie dieses Beispiel zeigt, gibt es somit physikalisch realisierbare, eine Zustandstransformation beschreibende, nicht-lokale, unitäre Operatoren die man nicht als Wechselwirkungsoperatoren auffassen kann.

Da man in diesem Beispiel, aufgrund der Tatsache, dass die den beiden Photonen zugeordneten Raumbereiche am Strahlteiler räumlich überlappen, aber nicht mit Sicherheit ausschließen kann, dass man irgendwann doch noch eine, bisher unbekannte, Wechselwirkung entdeckt, mittels der die beiden Photonen am Strahlteiler in Wechselwirkung treten könnten, wäre es wünschenswert, ein Beispiel an der Hand zu haben, bei dem die beteiligten Quantensysteme in räumlich klar unterscheidbaren Raumbereichen lokalisiert sind und der Abstand zwischen diesen Raumbereichen so groß gewählt werden kann, dass man prinzipiell ausschließen kann, dass die beteiligten Quantensysteme in Wechselwirkung treten können. Ein entsprechendes Beispiel könnte das in [1] in Abschnitt VII vorgeschlagene Verfahren zur wechselwirkungsfreien Verschränkung von Quantensystemen sein. Sollte dieses erfolgreich realisiert werden können, wäre dieses nicht nur für die Realisierung von skalierbaren Quantencomputern von Interesse, sondern auch für eine ganz zentrale Frage der Quantenphysik von grundlegender Bedeutung.

Um welche Frage es sich hierbei handelt und wie diese mit der Frage zusammenhängt, ob es physikalisch realisierbare, eine Zustandstransformation beschreibende, nicht-lokale, unitäre Operatoren gibt, die nicht als Wechselwirkungsoperatoren aufgefasst werden können, möchte ich im Folgenden kurz erläutern.

Eine wesentliche Voraussetzung für die Formulierung von „Naturgesetzen“ ist, dass es kausale Zusammenhänge zwischen Ereignissen gibt. Kausalität bedeutet, dass man zwischen Ursache und Wirkung eindeutig unterscheiden kann. Dem Prinzip der Kausalität liegt die Vorstellung zugrunde, dass man (I.): Die „Zeit“ als eine Größe einführen kann, die die folgenden Eigenschaften besitzt: (i): Die aus der Mathematik bekannte Eigenschaft der Anordnung. Wie für zwei reelle Zahlen, muss man auch für zwei Zeiten stets sagen können, welche die größere ist (für zwei komplexe Zahlen ist dieses im Allgemeinen nicht möglich). (ii): Die Zeit muss eine gerichtete, fortschreitende Größe sein. Sie darf niemals „stehen bleiben“ oder „rückwärts“ laufen. Und (II.): Was die Ursache und was die Wirkung ist, darf nicht vom Ort oder dem Zeitpunkt der Beobachtung abhängen. Unabhängig davon, wann oder wo man ein Experiment durchführt, sollte man hinsichtlich der Frage, was die Ursache und was die Wirkung ist immer zu dem gleichen Ergebnis kommen, solange das Experiment unter vergleichbaren Randbedingungen durchgeführt wird.

Wenn man davon ausgeht, dass Kausalität ein in der Natur realisiertes Prinzip ist, so stellt sich natürlich die Frage, auf welcher „Ebene“ Kausalität auftritt. Muss Kausalität als elementares „Naturprinzip“ aufgefasst werden, oder tritt Kausalität erst als „emergente Eigenschaft“ hinreichend komplexer Systeme auf?

Ein Beispiel für eine emergente Eigenschaft ist die aus der Strömungslehre bekannte Eigenschaft der Viskosität [8]. Betrachtet man beispielsweise ein Gas, das durch ein Rohr mit kreisrundem Querschnitt strömt, so lassen sich zwei Grenzfälle für die Strömung angeben: Der eine Grenzfall ist der Bereich der molekularen Strömung. Dieser liegt immer dann vor, wenn die freie Weglänge sehr viel größer ist als der Durchmesser des Rohres. In diesem Fall gibt es keine Wechselwirkung (keine Stöße) zwischen den einzelnen Gasteilchen. Erhöht man nun den Druck, so können die Gasteilchen mit zunehmendem Druck immer häufiger miteinander über Stöße in Wechselwirkung treten, da mit zunehmendem Druck die freie Weglänge abnimmt. Wenn dann mit zunehmendem Druck die freie Weglänge sehr viel kleiner als der Rohrdurchmesser wird, liegt der zweite Grenzfall, der Bereich der viskosen Strömung vor. Erst wenn hinreichend viele Gasteilchen hinreichend oft miteinander in Wechselwirkung treten, bildet sich somit eine neue Eigenschaft heraus. Die der

Viskosität. Diese kann man weder einem einzelnen Gasteilchen, noch der Gesamtheit der im Rohr befindlichen Gasteilchen, solange diese nicht untereinander in Wechselwirkung treten können, zuschreiben. Viskosität ist daher eine emergente Eigenschaft. Ein Beispiel für ein elementares Naturprinzip ist das in der Quantenphysik gültige Superpositionsprinzip.

Dass die Klärung der Frage, ob Kausalität als elementares Naturprinzip aufgefasst werden muss, oder ob Kausalität erst als emergente Eigenschaft hinreichend komplexer Systeme auftritt, von ganz zentraler Bedeutung für die Grundlagen der Quantenphysik ist, zeigt sich seit einigen Jahren im Rahmen der Suche nach einer Theorie der Quantengravitation [9]. Der bekannteste Ansatz ist die Stringtheorie. Der Ansatz der Stringtheorie versucht alle bekannten Wechselwirkungen im Rahmen einer vereinheitlichten theoretischen Beschreibung zu erfassen. Die Stringtheorie könnte somit auch eine Vereinigung der Allgemeinen Relativitätstheorie mit der Quantenphysik zu einer Theorie der Quantengravitation ermöglichen. Leider ist die Stringtheorie aufgrund ihrer komplexen mathematischen Struktur jedoch noch weit davon entfernt, irgendwelche überprüfbaren Resultate zu liefern. Allerdings gibt es auch Ansätze für eine Theorie der Quantengravitation, die überprüfbar sind. Auf diese möchte ich mich hier beschränken. Ein Ansatz ist die „euklidische Quantengravitation“, ein anderer Ansatz ist die „kausale dynamische Triangulation“ [10]. Beide Ansätze beschränken sich auf die Beschreibung der leeren Raumzeit. In der euklidischen Quantengravitation wird der Raum und die Zeit mathematisch gleich behandelt. Was zur Folge hat, dass in der euklidischen Quantengravitation Kausalität nicht als elementares Naturprinzip vorkommt. Dieses ist auch der wesentliche Unterschied zu dem Ansatz der kausalen dynamischen Triangulation. Dort wird die Zeit als gerichtete, fortschreitende Größe explizit von vornherein implementiert. Der Ansatz der kausalen dynamischen Triangulation nimmt somit an, dass bereits die leere Raumzeit eine kausale Struktur im Sinne eines elementaren Naturprinzips besitzt. Während man bei dem Ansatz der euklidischen Quantengravitation davon ausgeht, dass sich eine kausale Struktur erst als Folge des zugrunde gelegten elementaren Superpositionsprinzips im Sinne einer emergenten Eigenschaft herausbildet. Beide Ansätze wurden mittels zahlreicher, aufwändiger Computersimulationen überprüft. Das Ergebnis dieser Simulationen ist bemerkenswert. Während sich die Simulationen für die euklidische Quantengravitation grundsätzlich als instabil erwiesen haben, sind die Simulationen für die kausale dynamische Triangulation nicht nur grundsätzlich stabil, sondern liefern auch noch für den klassischen Fall die korrekte Dimension und die korrekte Geometrie für die Raumzeit.

Bemerkenswert ist dieses Ergebnis aus folgendem Grund: Der 2. Hauptsatz der Thermodynamik ist das einzige „Naturprinzip“ das Randbedingungen formuliert, die zu einer gerichteten, fortschreitenden Größe führen. Der Entropie. Der 2. Hauptsatz der Thermodynamik besagt im Kern, dass für ein abgeschlossenes System die Entropie bei irreversiblen Prozessen zunehmen muss. Die Irreversibilität und die damit verbundene Zunahme der Entropie ist bislang das einzige bekannte Kriterium, das eine eindeutige Unterscheidung zwischen Vergangenheit und Zukunft ermöglicht. Obwohl bisher nicht gezeigt werden konnte, dass die Entropie oder die Zeit emergente Eigenschaften sind, scheint sich, vermutlich aufgrund der historischen Tatsache, dass die Entropie im Rahmen der Thermodynamik eingeführt wurde, die Vorstellung durchgesetzt zu haben, dass sowohl die Entropie als auch die Zeit emergente Eigenschaften sind. Durch den Erfolg des Ansatzes der kausalen dynamischen Triangulation wird diese Vorstellung nun aber offensichtlich ganz grundsätzlich in Frage gestellt.

Wenn man annimmt, dass der Ansatz der kausalen dynamischen Triangulation korrekt ist, so stellt sich dann natürlich die Frage, warum hat man bisher kein Experiment gefunden, das diesen Ansatz stützt? Die Antwort auf diese Frage ist verblüffend einfach. Man hat es offensichtlich einfach übersehen! Um verstehen zu können, um welches Experiment es sich hierbei handelt, muss man sich erst einmal überlegen, woran man erkennen könnte, dass Kausalität ein elementares Naturprinzip ist.

Da Irreversibilität bisher das einzige bekannte Kriterium für Kausalität ist, sollte der betrachtete Prozess irreversibel sein und die beteiligten Quantensysteme sollten ein abgeschlossenes System bilden. Weiter sollte es keine Wechselwirkungen zwischen den beteiligten Quantensystemen geben, um sicher stellen zu können, dass die kausale Struktur der leeren Raumzeit für die Irreversibilität verantwortlich ist.

Dass es ein Experiment geben könnte, das diese Randbedingungen erfüllt, erscheint auf den ersten Blick schwer vorstellbar. Aber es gibt es und es ist dazu noch ein sehr einfaches und damit gut überschaubares Experiment. Es ist das bereits oben diskutierte Beispiel, wenn zwei identische Photonen zeitgleich auf einen symmetrischen Strahlteiler treffen (Fall 3 im obigen Beispiel). Dass die am Strahlteiler auftretende Zustandstransformation im Fall 3 irreversibel ist, lässt sich am einfachsten von einem informationstheoretischen Standpunkt aus erkennen. Vor dem Strahlteiler müssen die beiden identischen Photonen aufgrund der Randbedingungen als unterscheidbar angesehen werden, da die den beiden Photonen zugeordneten Raumbereiche R_1 und R_2 vor dem Strahlteiler prinzipiell nicht überlappen können.

Sobald die beiden Photonen jedoch den Strahlteiler passiert haben und die für das Photon 1 möglichen Raumbereiche mit den für das Photon 2 möglichen Raumbereiche maximal überlappen ($R_{R1} = R_{T2}$ und $R_{T1} = R_{R2}$), können die beiden Photonen prinzipiell nicht mehr als unterscheidbar angesehen werden. Der Verlust der Unterscheidbarkeit ist aber ganz offensichtlich ein irreversibler Prozess. Auch können die beiden Photonen als abgeschlossenes System angesehen werden. Zwar bilden die beiden Photonen hinsichtlich der Impuls- und damit auch hinsichtlich der Energieerhaltung im strengen Sinne kein abgeschlossenes System. Solange der Strahlteiler jedoch hinreichend groß (und damit schwer) ist und bei Raumtemperatur betrieben wird, können die beiden Photonen dennoch als abgeschlossenes System betrachtet werden, da es unter diesen (im Labor üblichen) Randbedingungen prinzipiell unmöglich ist, zu entscheiden, welches Photon am Strahlteiler reflektiert und welches transmittiert wurde. Da es nach dem aktuellen Wissenstand keine Wechselwirkung gibt, über die die beiden Photonen am Strahlteiler miteinander in Wechselwirkung treten können, ist auch die letzte Randbedingung erfüllt.

Allerdings kann man gegen dieses Beispiel, aufgrund der Tatsache, dass die den beiden Photonen zugeordneten Raumbereiche am Strahlteiler räumlich überlappen, den Einwand erheben, dass es sehr wohl zwischen den beiden Photonen am Strahlteiler eine Wechselwirkung gibt und man diese nur noch nicht gefunden hat. Wünschenswert wäre daher ein Beispiel, bei dem die beteiligten Quantensysteme in räumlich klar getrennten Raumbereichen lokalisiert sind und der Abstand zwischen den Quantensystemen so groß gewählt werden kann, dass eine Wechselwirkung prinzipiell ausgeschlossen werden kann. Ein entsprechendes Beispiel könnte das in [1] in Abschnitt VII vorgeschlagene Verfahren zur wechselwirkungsfreien Verschränkung von Quantensystemen sein, sofern dieses erfolgreich realisiert werden kann. Auf dieses Verfahren werde ich weiter unten noch eingehen.

Wenn man jedoch davon ausgeht, dass es zwischen den beiden Photonen am Strahlteiler keine Wechselwirkung gibt, so zeigt dieses Beispiel zweierlei: Zum Einen ist es ein Indiz dafür, dass Kausalität ein elementares Naturprinzip ist und der Ansatz der kausalen dynamischen Triangulation korrekt ist. Hierin ist auch die grundsätzliche Bedeutung von physikalisch realisierbaren, eine Zustandstransformation beschreibenden, nicht-lokalen, unitären Operatoren zu sehen, die nicht als Wechselwirkungsoperatoren aufgefasst werden können. Könnte man zeigen, dass der Operator U_{NLB} eine Wechselwirkung zwischen den beiden Photonen beschreibt, so könnte man dieses Beispiel nicht als Indiz dafür anführen, dass die kausale Struktur der leeren Raumzeit für die Irreversibilität verantwortlich ist. Zum Anderen widerlegt dieses Beispiel die allgemein akzeptierte Vorstellung,

dass jeder physikalisch realisierbare, eine Zustandstransformation beschreibende, unitäre Operator einen reversiblen Prozess beschreibt! Beide Sachverhalte wurden, nach meinem Kenntnisstand, bisher in der physikalischen Literatur nicht erkannt.

Allerdings ist der unitäre Operator U_{NLB} nicht der einzige, eine Zustandstransformation beschreibende, unitäre Operator, der einen irreversiblen Prozess beschreibt. Wenn man erst einmal erkannt hat, nach was man Ausschau halten muss, so findet man schnell weitere Beispiele.

Ich möchte dieses anhand eines Beispiels verdeutlichen. Hierzu möchte ich die in [6] beschriebenen Experimente betrachten. Die in [6] beschriebene lineare Ionenfalle bietet die Möglichkeit einzelne aber auch mehrere Ionen zu speichern. Die für diese Experimente relevanten Energieniveaus der dort verwendeten $^{40}\text{Ca}^+$ -Ionen sind in Abb. 3 schematisch dargestellt. Einzelne Quantenbits (Qbits) werden mittels der Zustände $|1\rangle$ (Grundzustand) und $|0\rangle$ (erster angeregter Zustand) realisiert. Mittels eines Manipulationslasers (729 nm) können die gespeicherten Ionen definiert in die gewünschten Zustände präpariert werden. Das verwendete Präparationsverfahren kann als analog zu dem aus der NMR [14] (Nuclear magnetic resonance) bekannten Präparationsverfahren für Spin $\frac{1}{2}$ -Systeme angesehen werden (siehe hierzu auch [1], Abschnitt III). Um die Diskussion möglichst einfach halten zu können, möchte ich im Folgenden annehmen, dass sich nur ein $^{40}\text{Ca}^+$ -Ionen in der linearen Ionenfalle befindet und dieses ausschließlich mit Laserlicht der Übergangsfrequenz f_{01} (der Trägerfrequenz) manipuliert wird (siehe hierzu [6]).

Befindet sich das Ion in einem energetischen Eigenzustand, so ist das Wissen über die energetischen Eigenschaften des Ions maximal. Man kann mit Sicherheit sagen, welche Energie man dem Ion zuordnen kann. Präpariert man nun das $^{40}\text{Ca}^+$ -Ion ausgehend von einem energetischen Eigenzustand (beispielsweise ausgehend vom Grundzustand $|1\rangle$) in einen Überlagerungszustand, so geht prinzipiell Wissen über die energetischen Eigenschaften des Ions verloren (siehe hierzu auch [1], Abschnitt III). Für einen Überlagerungszustand der Form $\frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle + e^{i\varphi} |1\rangle)$, mit beliebiger reeller Phase φ , ist das Wissen über die energetischen Eigenschaften des Ions dann ganz offensichtlich minimal. Wenn nun aber bei der Überführung eines Ions, ausgehend von einem energetischen Eigenzustand, in einen Überlagerungszustand prinzipiell Wissen über die energetischen Eigenschaften des Ions verloren geht, so würde man eigentlich erwarten, dass der entsprechende Präparationsprozess irreversibel ist. Ganz offensichtlich sind die in [6] beschriebenen Präparationschritte jedoch reversibel. Die entscheidende Frage ist nun: Warum sind

die betrachteten Präparationsschritte reversibel? Am einfachsten lässt sich diese Frage von einem informationstheoretischen Standpunkt aus beantworten:

Bei den in [6] beschriebenen Experimenten besteht jeder Präparationsschritt aus einem einzelnen Laserpuls des Manipulationslasers. Anschaulich lässt sich die Wirkung eines Laserpulses auf das Ion mittels der Bloch-Kugel beschreiben (siehe hierzu [6], Seite 66). Ein einzelner Präparationsschritt entspricht dann der Rotation des Bloch-Vektors um einen bestimmten Winkel und um eine bestimmte Rotationsachse. Über den zeitlichen Intensitätsverlauf und die Pulsdauer des Laserpulses wird der Drehwinkel des Bloch-Vektors festgelegt. Über die Phase des Laserlichtes wird die Rotationsachse des Bloch-Vektors ausgewählt. Die Rotationsachsen (und damit die Orientierung der Bloch-Kugel) werden über den ersten Laserpuls der das Ion beleuchtet definiert, da der erste Laserpuls immer einer Rotation des Bloch-Vektors um die $(-y)$ -Achse der Bloch-Kugel entspricht (Details hierzu findet man beispielsweise in [11]). Vereinfacht kann man sich die Wirkung des ersten Laserpulses des Manipulationslasers auf das Ion so vorstellen, dass hierdurch die Phase des anregenden Laserlichtes relativ zu der Phase des oszillierenden elektrischen Momentes des Ions, welches durch das anregende Laserlicht im Ion induziert wird, festgelegt wird. Bezogen auf diese so definierte „relative Phase“ sind dann die Rotationsachsen für alle darauffolgenden Laserpulse (über die Phase des Laserlichtes des Manipulationslasers) festgelegt.

Solange die relative Phase festgelegt ist, kann man an dem Ion (zumindest im Prinzip) beliebig viele Präparationsschritte nacheinander durchführen. Geht die Information über die relative Phase jedoch zwischen zwei Präparationsschritten grundsätzlich verloren (beispielsweise weil der Versuchsaufbau nicht ausreichend mechanisch oder thermisch stabilisiert ist), so geht auch die Möglichkeit ein Ion gezielt mittels mehrerer aufeinanderfolgender Präparationsschritte in einen bestimmten Zustand zu präparieren, grundsätzlich verloren. Die einzigen experimentell in ihrer Wirkung vorhersehbaren Präparationsschritte entsprechen dann Rotationen des Bloch-Vektors um die $(-y)$ -Achse, sofern diese von einem energetischen Eigenzustand ausgehen. Präpariert man beispielsweise das Ion ausgehend vom Grundzustand $|1\rangle$ mittels eines $\pi/2$ -Pulses in den Überlagerungszustand $1/2^{1/2} (|0\rangle + |1\rangle)$, so ist dieser Präparationsschritt (diese Zustandstransformation) dann aber ganz offensichtlich ein irreversibler Vorgang. Denn die Aussage, „das Ion befindet sich nach dem ersten Laserpuls im Zustand $1/2^{1/2} (|0\rangle + |1\rangle)$ “ nimmt immer Bezug auf den jeweiligen Laserpuls des Manipulationslasers. Ohne Informationen über die relative Phase, ist aber die Orientierung der Bloch-Kugel eine messtechnisch prinzipiell unzugängliche Größe.

Dieses hat dann zur Folge, dass man dann prinzipiell keine Möglichkeit hat, mit einem weiteren Präparationsschritt das Ion gezielt wieder in den Grundzustand zu überführen. Der unitäre Operator, der dieser Zustandstransformation zugeordnet werden kann, beschreibt somit also einen irreversiblen Vorgang, wenn keinerlei Informationen über die relative Phase vorliegen.

Grundsätzlich reversibel sind hingegen Präparationsschritte, die das Ion von einem energetischen Eigenzustand in einen anderen energetischen Eigenzustand überführen, da den energetischen Eigenzuständen kein induziertes oszillierendes elektrisches Moment zugeordnet werden kann. Die Phase des anregenden Laserlichtes kann daher lediglich einen Einfluss auf die globale Phase des Zustands des Ions haben. Da diese jedoch prinzipiell nicht beobachtbar ist, können die entsprechenden Präparationsschritte als reversibel angesehen werden.

Treffen die bisherigen Überlegungen zu, so ergibt sich allerdings ein ganz grundsätzliches Problem: Die allgemein akzeptierte Vorstellung, dass die „von – Neumann - Entropie S_{VN} “ eine adäquate Beschreibung für die Entropie eines Quantensystems liefert, kann nicht korrekt sein! Die von – Neumann – Entropie ordnet allen reinen Zuständen (und nur solche werden hier betrachtet) den Wert $S_{VN} = 0$ zu (siehe hierzu beispielsweise [4]). Nach den bisherigen Überlegungen sollte sich die Entropie, eines $^{40}\text{Ca}^+$ - Ions, das sich in einem energetischen Eigenzustand befindet, jedoch von der Entropie, die man dem Ion in einem Überlagerungszustand zuordnet, unterscheiden und für ein Ion in einem energetischen Eigenzustand den kleinsten für das Quantensystem möglichen Wert annehmen.

Dieses lässt sich einfach einsehen. Die physikalische Größe Entropie wurde historisch im Rahmen der Thermodynamik eingeführt. Die Entropie ist keine unmittelbar messbare Größe. Messtechnisch können nur Änderungen erfasst werden. Im Rahmen der Thermodynamik kann man die Entropie als statistische Größe auffassen. Diese kann dann als Maß für das zugängliche Phasenraumvolumen des betrachteten physikalischen Systems interpretiert werden. Von einem informationstheoretischen Standpunkt aus betrachtet kann man die Entropie eines Systems als Maß für das nicht vorliegende Wissen über das System ansehen (siehe hierzu beispielsweise [4], [12]). Wird das System durch einen Präparationsschritt verändert und ändert sich hierdurch das über das System nicht vorliegende Wissen, so muss sich auch die Entropie des Systems ändern. Wird das nicht vorliegende Wissen über das System größer, nimmt die Entropie zu. Wird das nicht vorliegende Wissen über das System kleiner, nimmt die Entropie ab.

Diesen klassischen informationstheoretischen Ansatz möchte ich kurz an einem einfachen Beispiel erläutern. Das physikalische System sei ein Würfel, der zu Beginn immer in ein und derselben Orientierung auf dem Tisch liegen soll. Offensichtlich ist dann das Wissen über das System maximal. Nimmt man den Würfel und würfelt (führt einen Präparationsschritt durch), so sind sechs gleich wahrscheinliche Ereignisse möglich. Der Präparationsschritt (würfeln) erzeugt somit ein statistisches Gemisch. Ein einzelnes Ereignis kann somit nur noch mit einer gewissen Wahrscheinlichkeit (hier $1/6$) vorhergesagt werden. Bei dem Präparationsprozess (würfeln) nimmt somit das nicht vorliegende Wissen über das System zu. Als Maß für diesen Informationsverlust kann die „Shannon-Entropie S_S “ (mittlere Entropie) herangezogen werden [4]. Die Shannon-Entropie beschreibt die durchschnittliche Information die erforderlich ist, um ein Ereignis zu charakterisieren. Wenn alle Ereignisse mit der gleichen Wahrscheinlichkeit eintreten (was beim Würfeln der Fall ist), entspricht die Shannon-Entropie gerade der Entropie des Systems im Sinne der Interpretation der Entropie im Rahmen der Thermodynamik. Da der Shannon-Entropie als „Maßeinheit“ für die Information das Binärsystem zugrunde liegt, gibt die Shannon-Entropie an, wie viele „Bits“ im Durchschnitt erforderlich sind, um ein Ereignis charakterisieren zu können.

Dieser klassische informationstheoretische Ansatz für die Entropie lässt sich einfach auf die Quantenphysik übertragen. Um dieses tun zu können, muss man sich nur überlegen, auf welche Art und Weise (abgesehen von dem über das Quantensystem vorliegenden Vorwissen) „Wissen“ über das Quantensystem vorliegen kann. Hierzu ist es hilfreich, sich noch einmal in Erinnerung zu rufen, welche Interpretation man der Größe „Zustand“ im Rahmen der Standardinterpretation der Quantenphysik zuordnet (siehe hierzu [4], Seite 30):

„Der Zustand eines Quantensystems ist dem durchlaufenen speziellen Präparationsverfahren zugeordnet. Unter einem Quantenzustand (quantum state) verstehen wir dasjenige mathematische (!) Objekt, das es erlaubt, eindeutig die Wahrscheinlichkeiten für die Ergebnisse aller möglichen Messungen an Systemen zu berechnen, die das zugeordnete Präparationsverfahren durchlaufen haben. Der Quantenzustand charakterisiert somit das Präparationsverfahren.“

Die einzige Möglichkeit Informationen (Wissen) über ein Quantensystem zu erhalten, besteht darin, Messungen an dem Quantensystem durchzuführen. Die dem Quantensystem zugeordneten Ereignisse sind somit durch die möglichen Messwerte gegeben. Der Zustand des Quantensystems ist messtechnische nicht unmittelbar

zugänglich. Wie in [1], Abschn. III gezeigt wird, sind über die möglichen Messwerte die möglichen „energetischen Eigenschaften“ der hier betrachteten Quantensysteme ($^{40}\text{Ca}^+$ -Ionen) eindeutig festgelegt. Informationen (Wissen) über die dem Quantensystem zugeordneten möglichen energetischen Eigenschaften sind daher unmittelbar über die möglichen Messwerte (Ereignisse) zugänglich. Der klassische informationstheoretische Ansatz kann somit auch auf diese Quantensysteme angewendet werden, wenn man die hier vorgeschlagene Interpretation für die möglichen Messwerte zugrunde legt.

Dass für ein Ion in einem energetischen Eigenzustand die Entropie den kleinsten für das Quantensystem möglichen Wert annehmen muss und für ein Ion in einem Überlagerungszustand der Wert der Entropie größer sein muss, lässt sich nun einfach einsehen: Um an dem Ion Messungen durchführen zu können, muss dieses mit dem Analysenlaser (397 nm) beleuchtet werden. Es sind dann grundsätzlich zwei Messergebnisse (Ereignisse) möglich [6]:

Ereignis 1: Das Ion fluoresziert. Liegt dieses Ereignis vor, so weiß man, dass das Ion nach der Messung im energetischen Grundzustand $|1\rangle$ vorliegt.

Ereignis 2: Das Ion fluoresziert nicht. Liegt dieses Ereignis vor, so weiß man, dass das Ion nach der Messung im ersten energetisch angeregten Zustand $|0\rangle$ vorliegt.

Befindet sich das Ion in einem energetischen Eigenzustand, so ist das Quantensystem bereits vollständig hinsichtlich der energetischen Eigenschaften charakterisiert. Dem Quantensystem muss somit für die Entropie der Wert „0“ (der kleinste mögliche Wert) zugewiesen werden. Wird das Quantensystem, ausgehend von einem energetischen Eigenzustand, in einen Überlagerungszustand überführt, so können beide für das Quantensystem grundsätzlich möglichen Ereignisse mit einer über den Zustand festgelegten Wahrscheinlichkeit eintreten. Ein einzelnes Ereignis kann somit nur noch mit einer gewissen Wahrscheinlichkeit vorhergesagt werden. Bei diesem Präparationsprozess nimmt somit das nicht vorliegende Wissen über die energetischen Eigenschaften des Quantensystems zu. Was dann aber bedeutet, dass die Entropie des Quantensystems bei diesem Präparationsschritt zugenommen haben muss. Der einzige Unterschied zu klassischen Systemen besteht lediglich darin, dass man die Gesamtheit der möglichen Messwerte (Ereignisse) für das Quantensystem nicht als statistisches Gemisch auffassen kann, da dem Quantensystem ein reiner Zustand zugeordnet wird.

Zu demselben Ergebnis gelangt man auch über die folgende Argumentationskette: Wenn man davon ausgeht, dass man auch den hier betrachteten Quantensystemen eine Entropie zuordnen kann, so ist es naheliegend, zu fordern, dass der 2. Hauptsatz der Thermodynamik auch für diese Quantensysteme gültig ist. Nach den obigen Überlegungen muss man einen Präparationsschritt, der ein Ion, ausgehend von einem energetischen Eigenzustand in einen Überlagerungszustand überführt, als irreversiblen Prozess auffassen, wenn keinerlei Informationen über die relative Phase vorliegen. Auch kann das Quantensystem (Ion) als abgeschlossenes System angesehen werden. Zwar bildet das Quantensystem im strengen Sinne hinsichtlich der Energie- und damit auch der Impulserhaltung kein abgeschlossenes System, da das Ion während eines Pulses des Manipulationslasers Energie mit diesem austauschen kann. Von einem informationstheoretischen Standpunkt aus betrachtet, kann das Quantensystem dennoch als abgeschlossenes System angesehen werden, da es bei den in [6] beschriebenen Experimenten aufgrund der Randbedingungen prinzipiell unmöglich ist zu entscheiden, ob ein Ion Energie mit dem Laserpuls des Manipulationslasers ausgetauscht hat (siehe hierzu auch [1], Abschn. III). Nach dem 2. Hauptsatz der Thermodynamik muss in diesem Fall die Entropie des Ions aber zugenommen haben. Wenn man annimmt, dass die Entropie auch in der Quantenphysik eine wohldefinierte Größe ist, darf diese aber nicht von dem konkret gewählten Präparationsprozess abhängen. Unabhängig davon ob dieser reversibel oder irreversibel ist, muss sich immer dieselbe Entropie für das Quantensystem ergeben. Was dann aber bedeutet, dass für ein Ion in einem energetischen Eigenzustand die Entropie den kleinsten für das Quantensystem möglichen Wert annehmen muss und für ein Ion in einem Überlagerungszustand der Wert der Entropie größer sein muss.

Ein naheliegender informationstheoretischer Ansatz, um die Entropie der hier betrachteten Quantensysteme formal beschreiben zu können, ist somit offensichtlich die klassische Shannon-Entropie S_S , da diese unmittelbar auf die Quantenphysik angewendet werden kann, wenn man die oben vorgeschlagene Interpretation für die möglichen Messwerte zugrunde legt. Auf die Frage, wie man ganz allgemein eine Entropie formal im Rahmen der Quantenphysik einführen kann, möchte ich an anderer Stelle noch ausführlich eingehen.

Um begrifflich die klassische Shannon-Entropie S_S von der Shannon-Entropie unterscheiden zu können, die auf Quantensysteme angewendet wird, möchte ich diese im Folgenden als „verallgemeinerte Shannon-Entropie S_{GS} “ (Generalized Shannon-Entropie) bezeichnen. Diese kann dann analog zur klassischen Shannon-Entropie definiert werden:

$$S_{GS} (QS) = - \sum_i p_i \log_2 (p_i) \quad (16)$$

Dabei bezeichnet der Index i die möglichen Ereignisse. Die Wahrscheinlichkeiten p_i mit der diese eintreten, sind über den Zustand des Quantensystems QS eindeutig über die Wahrscheinlichkeitsamplituden a_i , die dem jeweiligen Zustandsanteil zugeordnet sind, der dem i -ten Ereignis entspricht, über die Beziehung

$$p_i = |a_i|^2 \quad (17)$$

(über das Betragsquadrat von a_i) festgelegt. Ich möchte hierzu kurz einige Beispiele angeben. Befindet sich nur ein Ion in der linearen Ionenfalle, so sind grundsätzlich zwei Ereignisse möglich: 1.): Ereignis 1 und 2.): Ereignis 2 (siehe oben).

Beispiel 1: Das Ion befindet sich im Zustand $|1\rangle$. In diesem Fall ist nur das Ereignis 1 möglich. Dieses tritt mit Sicherheit ein. Daher ist $p_1 = 1$. Für die Entropie S_{GS} ergibt sich somit der Wert

$$S_{GS} (|1\rangle) = 0. \quad (18)$$

Beispiel 2: Das Ion befindet sich in einem Überlagerungszustand der Form $1/2^{1/2} (|0\rangle + e^{i\varphi} |1\rangle)$, mit beliebiger reeller Phase φ . In diesem Fall sind zwei Ereignisse möglich. 1.): Ereignis 1 und 2.): Ereignis 2. Beide sind gleich wahrscheinlich. Daher gilt $p_1 = p_2 = 1/2$. Für die Entropie S_{GS} ergibt sich somit der Wert

$$S_{GS} (1/2^{1/2} (|0\rangle + e^{i\varphi} |1\rangle)) = 1. \quad (19)$$

Befinden sich beispielsweise zwei Ionen in der linearen Ionenfalle, so ergibt sich folgende Situation. Grundsätzlich sind dann 4 Ereignisse möglich:

Ereignis 2.1: Das Ion 1 fluoresziert und das Ion 2 fluoresziert. Liegt dieses Ereignis vor, so weiß man, dass dem Quantensystem (den beiden Ionen) nach der Messung der Zustand $|1,1\rangle = |1\rangle_2 |1\rangle_1$ zugeordnet werden muss. Die Indizes bezeichnen hier die beiden Ionen (siehe hierzu [6]).

Ereignis 2.2: Das Ion 1 fluoresziert nicht und das Ion 2 fluoresziert nicht. Liegt dieses Ereignis vor, so weiß man, dass dem Quantensystem nach der Messung der Zustand $|0,0\rangle$ zugeordnet werden muss.

Ereignis 2.3: Das Ion 1 fluoresziert und das Ion 2 fluoresziert nicht. Liegt dieses Ereignis vor, so weiß man, dass dem Quantensystem nach der Messung der Zustand $|0,1\rangle$ zugeordnet werden muss.

Ereignis 2.4: Das Ion 1 fluoresziert nicht und das Ion 2 fluoresziert. Liegt dieses Ereignis vor, so weiß man, dass dem Quantensystem nach der Messung der Zustand $|1,0\rangle$ zugeordnet werden muss.

Beispiel 3: Das Quantensystem befindet sich im Zustand $|0,0\rangle$. In diesem Fall ist nur das Ereignis 2.2 möglich. Dieses tritt mit Sicherheit ein. Daher ist $p_1 = 1$. Für die Entropie S_{GS} ergibt sich somit der Wert

$$S_{GS}(|0,0\rangle) = 0. \quad (20)$$

Beispiel 4: Das Quantensystem befindet sich im Zustand

$$\Psi_{21} = 1/2^{1/2} (|0\rangle_2 + e^{i\varphi} |1\rangle_2) |1\rangle_1 \quad (21)$$

mit beliebiger reeller Phase φ . In diesem Fall sind zwei Ereignisse möglich: 1.): Ereignis 2.1 und 2.): Ereignis 2.3. Beide sind gleich wahrscheinlich. Daher gilt $p_1 = p_2 = 1/2$. Für die Entropie S_{GS} ergibt sich somit der Wert

$$S_{GS}(\Psi_{21}) = 1. \quad (22)$$

Beispiel 5: Das Quantensystem befindet sich im Zustand

$$\Psi_{23} = 1/4^{1/2} (|0\rangle_2 + e^{i\varphi} |1\rangle_2) (|0\rangle_1 + e^{i\theta} |1\rangle_1) \quad (23)$$

mit beliebigen reellen Phasen φ, θ . In diesem Fall sind vier Ereignisse möglich: 1.): Ereignis 2.1, 2.): Ereignis 2.2, 3.): Ereignis 2.3 und 4.): Ereignis 2.4. Alle sind gleich wahrscheinlich. Daher gilt $p_1 = p_2 = p_3 = p_4 = 1/4$. Für die Entropie S_{GS} ergibt sich somit der Wert

$$S_{GS}(\Psi_{23}) = 2. \quad (24)$$

Beispiel 6: Das Quantensystem befindet sich in dem maximal verschränkten Bell-Zustand

$$\Psi_- = 1/2^{1/2} (|1,0\rangle - |0,1\rangle) \quad (25)$$

In diesem Fall sind zwei Ereignisse möglich: 1.): Ereignis 2.3 und 2.): Ereignis 2.4. Beide sind gleich wahrscheinlich. Daher gilt $p_1 = p_2 = 1/2$. Für die Entropie S_{GS} ergibt sich somit der Wert

$$S_{GS}(\Psi_-) = 1. \quad (26)$$

Analog erhält man für die anderen Bell-Zustände Ψ_+ , Φ_- und Φ_+

$$S_{GS}(\Psi_+) = S_{GS}(\Phi_-) = S_{GS}(\Phi_+) = 1. \quad (27)$$

Wie man leicht nachprüfen kann, ist die Entropie S_{GS} für Produktzustände eine additive Größe. Nicht jedoch für verschränkte Zustände. Betrachtet man beispielsweise ein Quantensystem in einem Bell-Zustand (BZ) und bewertet nur die an einem einzelnen Ion möglichen Ereignisse (ignoriert das andere Ion), so erhält man

$$S_{GS}(\text{Ion 1 BZ}) = S_{GS}(\text{Ion 2 BZ}) = 1 \quad (28)$$

und damit

$$S_{GS}(\text{BZ}) = 1 \neq S_{GS}(\text{Ion 1 BZ}) + S_{GS}(\text{Ion 2 BZ}) = 2. \quad (29)$$

Ich möchte nun auf das in [1], Abschnitt VII vorgeschlagene Verfahren zur wechselwirkungsfreien Verschränkung von Quantensystemen eingehen. Hierzu ist es hilfreich sich noch einmal das bereits oben diskutierte Beispiel, bei dem zwei identische Photonen zeitgleich auf einen symmetrischen Strahlteiler treffen (Fall 3 im obigen Beispiel), genauer anzusehen. Eine wesentliche Voraussetzung für die folgenden Überlegungen ist, eine möglichst abstrakte Charakterisierung für den Präparationsprozess zu finden, der dem Operator U_{NLB} zugeordnet ist und das Quantensystem, ausgehend von dem Produktzustand Ψ_2 , in den verschränkten Zustand ${}^B\Psi_3$ gemäß

$$\begin{aligned} U_{NLB} \Psi_2 &= U_{NLB} (1/4^{1/2} (i|1\rangle_2|1\rangle_1 + i|0\rangle_2|0\rangle_1 + |0\rangle_2|1\rangle_1 - |1\rangle_2|0\rangle_1)) \\ &= i\Phi_+ = {}^B\Psi_3 \end{aligned} \quad (30)$$

überführt (siehe hierzu auch Gl. (10) und Gl. (11)). Wie in [1] in Abschnitt VII gezeigt wird, muss sich dieser ganz grundsätzlich von den in [6] beschriebenen

Präparationsprozessen unterscheiden. Während bei den in [6] beschriebenen Präparationsprozessen die einzelnen Quantensysteme (Ionen) gezielt manipuliert werden können, ist es bei dem Präparationsprozess, der durch den unitären Operator U_{NLB} beschrieben wird, offensichtlich prinzipiell unmöglich, einzelne Quantensysteme (Photonen) gezielt zu manipulieren. Auch ist es prinzipiell unmöglich den Präparationsprozess als solchen gezielt zu beeinflussen. Treffen zwei Photonen gleichzeitig auf den symmetrischen Strahlteiler, so gibt es keine Parameter über die man den Präparationsprozess steuern könnte. Ein weiterer Unterschied zu den in [6] beschriebenen Präparationsprozessen besteht darin, dass der Präparationsprozess, der durch den Operator U_{NLB} beschrieben wird, ein „elementares Quantensystem“ (im Zustand Ψ_2) in ein „energetisch repräsentiertes“ Quantensystem (welches dann im Zustand ${}^B\Psi_3$ vorliegt) überführt. Bei den in [6] beschriebenen Präparationsprozessen wird immer ein energetisch repräsentiertes Quantensystem in ein energetisch repräsentiertes Quantensystem überführt. Für ein energetisch repräsentiertes Quantensystem ist immer eine der grundsätzlich möglichen energetischen Eigenschaften tatsächlich realisiert und messtechnisch unmittelbar über die an dem Quantensystem möglichen Messwerte zugänglich (siehe oben). Für ein elementares Quantensystem gibt es nur „Möglichkeiten“, aber keine dieser Möglichkeiten ist tatsächlich realisiert. Die Begriffe „energetisch repräsentiertes“ und „elementares“ Quantensystem werden in [1] in Abschnitt II, III und IV ausführlich erläutert. Etwas vereinfacht formuliert, kann man für das hier betrachtete Quantensystem (die beiden Photonen) im Zustand Ψ_2 unter einem elementaren Quantensystem ein Quantensystem verstehen, bei dem noch nicht festgelegt ist, welchem Zustandsanteil die Energie der beiden Photonen zugeordnet ist. Für das energetisch repräsentierte Quantensystem im Zustand ${}^B\Psi_3$ (aber auch im einlaufenden Zustand $|0,1\rangle$) ist festgelegt, welchem Zustandsanteil die Energie der beiden Photonen zugeordnet ist. Allerdings ist es prinzipiell unmöglich, zu sagen welchem Zustandsanteil die Energie zugeordnet ist, wenn es (wie bei dem Zustand ${}^B\Psi_3$) mehrere Möglichkeiten (Zustandsanteile) gibt.

Ganz analog kann man den Präparationsprozess charakterisieren, der dem Operator U_{NLF} (siehe hierzu Gl. (12) und Gl. (13)) zugeordnet ist. In [1], Abschnitt VII wird dann die Hypothese aufgestellt, dass diese abstrakte Charakterisierung der, den Operatoren U_{NLB} und U_{NLF} zugeordneten, Präparationsprozesse nicht nur auf die betrachtete Situation am symmetrischen Strahlteiler anwendbar ist, sondern ganz allgemein gültig ist. Dem in [1] in Abschnitt VII vorgeschlagene Verfahren zur wechselwirkungsfreien Verschränkung von Quantensystemen, bei dem zwei identische Spin $\frac{1}{2}$ - Systeme betrachtet werden, liegt somit die folgende Hypothese zugrunde:

Hypothese: Kann einem aus zwei identischen Spin $\frac{1}{2}$ - Systemen bestehenden Quantensystem ein Zustand der Form Ψ_2 zugeordnet werden, so kann der Operator U_{NLF} immer genau dann physikalisch realisiert werden, wenn das Quantensystem als elementares Quantensystem vorliegt und es einem Präparationsprozess gibt, der das Quantensystem in ein energetisch repräsentiertes Quantensystem überführt und die folgenden Bedingungen erfüllt: (A): Es muss prinzipiell unmöglich sein, ein einzelnes Quantensystem (Spin $\frac{1}{2}$ - System) gezielt manipulieren zu können und (B): Es muss prinzipiell unmöglich sein, den Präparationsprozess als solchen in irgendeiner Art und Weise zu beeinflussen. Jeder Präparationsprozess der die Bedingungen (A) und (B) erfüllt, überführt dann den Zustand Ψ_2 in den Zustand ${}^F\Psi_3$.

Das in [1] in Abschnitt VII vorgeschlagene Verfahren zur wechselwirkungsfreien Verschränkung von Quantensystemen geht dann von der folgenden Überlegung aus: Die betrachteten Spin $\frac{1}{2}$ - Systeme sollen in Ruhe sein und der Abstand zwischen diesen soll so groß sein, dass diese nicht in Wechselwirkung treten können. Weiter wird angenommen, dass den beiden Systemen ein homogenes Magnetfeld B_z in z-Richtung überlagert werden kann. Dieses soll beliebig ein- und ausgeschaltet werden können. Bei eingeschaltetem Magnetfeld B_z ist die Energiedifferenz zwischen den beiden energetischen Eigenzuständen der Spin $\frac{1}{2}$ - Systeme dann gegeben durch $\Delta E_z = 2\mu B_z$ (siehe hierzu [1], Abschnitt IV). Der energetisch tiefer liegende energetische Eigenzustand des i-ten Systems ($i=1,2$) sei mit $|1\rangle_i$ und der energetisch höher liegende Eigenzustand sei mit $|0\rangle_i$ bezeichnet. Zu Beginn sei das Magnetfeld ausgeschaltet und das aus den beiden Spin $\frac{1}{2}$ - Systemen bestehende Quantensystem soll in dem Produktzustand Ψ_2 Gl. (5) vorliegen. Da bei ausgeschaltetem Magnetfeld die beiden Energieniveaus zusammenfallen, besitzt das Quantensystem keine energetische Repräsentation. Das Quantensystem muss daher als elementares Quantensystem angesehen werden. Die Überführung eines elementaren Quantensystems in ein energetisch repräsentiertes Quantensystem kann als Präparationsschritt aufgefasst werden (siehe hierzu [1], Abschnitt IV). Dieser kann dadurch realisiert werden, dass man das Magnetfeld B_z einschaltet. Für den Einschaltvorgang des homogenen Magnetfeldes B_z soll die Randbedingung (R3) erfüllt sein:

$$\Delta t_S < t_{\text{max}} = h/(4\pi \Delta E_z/2), \quad (\text{R3})$$

wobei mit Δt_S die Zeit die man zum Einschalten des Magnetfeldes benötigt, mit h das Plancksche Wirkungsquantum und mit t_{max} die über die Energie-Zeit-Unschärferelation

vorgegebene maximal mögliche Zeit bezeichnet sei (siehe hierzu auch [1], Abschnitt VII).

Schaltet man das Magnetfeld B_z nun so ein, dass die Randbedingung (R3) erfüllt ist, so erfüllt der, durch den Einschaltvorgang des homogenen Magnetfeldes B_z realisierte, Präparationsschritt die in der zugrunde gelegten Hypothese geforderten Bedingungen, um den Operator U_{NLF} physikalisch realisieren zu können. Denn: Bedingung (A) ist erfüllt, da angenommen wurde, dass das Magnetfeld B_z homogen ist und somit auf beide Spin $\frac{1}{2}$ - Systeme zu jedem Zeitpunkt immer dasselbe Magnetfeld einwirkt. Bedingung (B) ist erfüllt, da die Randbedingung (R3) sicherstellt, dass den energetischen Eigenzuständen der Systeme während des Einschaltvorgangs (also für Zeiten $< t_{max}$) keine definierte Energie und daher dem Quantensystem auch keine zeitliche Zustandsentwicklung zugeordnet werden kann. Was zur Folge hat, dass es prinzipiell unmöglich ist den Präparationsprozess gezielt zu beeinflussen. Ist die zugrunde gelegte Hypothese korrekt, muss das Quantensystem daher nach dem Einschaltvorgang als energetisch repräsentiertes Quantensystem im Zustand ${}^F\Psi_3$ vorliegen.

Die ganz grundsätzliche Frage ist nun, was passiert physikalisch, wenn der Einschaltvorgang des Magnetfeldes B_z unter Einhaltung der Randbedingung (R3) erfolgt. Welcher physikalische Prozess muss diesem Präparationsschritt zugeordnet werden? Da bei dem Einschaltvorgang des Magnetfeldes B_z unter Einhaltung der Randbedingung (R3) der in [1], Abschnitt V beschriebene (und erstmals in [13] postulierte) Prozess der „kohärent gekoppelten Vakuumfluktuationen“ auftreten kann, wurde in [1] die Vermutung aufgestellt, dass unter diesen Randbedingungen der Prozess der kohärent gekoppelten Vakuumfluktuationen mit Sicherheit auftritt. Unter einer kohärent gekoppelten Vakuumfluktuation wird in [1] ein Prozess bezeichnet, bei dem bei einem Einschaltvorgang des Magnetfeldes B_z (unter Einhaltung der Randbedingung (R3)) eines der beteiligten Quantensysteme die Energie μB_z über ein virtuelles Photon aus dem Vakuum entnimmt und das andere Quantensystem die Energie μB_z in Form eines Photons an das Vakuum abgibt. Wobei es prinzipiell unmöglich ist zu entscheiden, welches Quantensystem Energie aufnimmt und welches Energie abgibt. Physikalisch kann man den Prozess der kohärent gekoppelten Vakuumfluktuationen auch so interpretieren, dass hierbei die Spins der beteiligten Quantensysteme simultan umklappen. Diese Vermutung wurde in [1] streng genommen jedoch nicht begründet. Auch stellt sich die Frage, warum sollte überhaupt ein bisher nicht beobachteter physikalischer Prozess erforderlich sein, um das in [1] in Abschnitt VII vorgeschlagene Verfahren zur wechselwirkungsfreien Verschränkung von Quantensystemen realisieren zu können?

Zumindest diese Frage lässt sich nun einfach beantworten: Nach dem oben entwickelten informationstheoretischen Ansatz für die Entropie muss man einem elementaren Quantensystem für die Entropie den Wert

$$S_{\text{GS}} (\text{elementares Quantensystem}) = 0 \quad (31)$$

zuordnen, da bei ausgeschaltetem Magnetfeld ($B_z = 0$) gilt $\Delta E_z = 2\mu B_z = 0$ und somit die energetischen Eigenzustände der betrachteten Spin $\frac{1}{2}$ -Systeme energetisch zusammenfallen. Ein elementares Quantensystem ist somit bereits vollständig energetisch charakterisiert. Im Folgenden möchte ich ein elementares Quantensystem mit dem Index „el“ und ein energetisch repräsentiertes Quantensystem mit dem Index „en“ kennzeichnen. Dasselbe soll für die, diesen zugeordneten, Zustände gelten. Befindet sich das Quantensystem bei ausgeschaltetem Magnetfeld in dem „elementaren“ Ausgangszustand ${}_{\text{el}}\Psi_2$, so muss diesem dann die Entropie

$$S_{\text{GS}} ({}_{\text{el}}\Psi_2) = 0 \quad (32)$$

zugeordnet werden. Wird das Quantensystem durch Einschalten des Magnetfeldes unter Einhaltung von Randbedingung (R3) in den „energetisch repräsentierten“ Zustand ${}_{\text{en}}^{\text{F}}\Psi_3$ überführt, so muss diesem die Entropie

$$S_{\text{GS}} ({}_{\text{en}}^{\text{F}}\Psi_3) = 1 \quad (33)$$

zugeordnet werden. Unter diesen Randbedingungen muss das Quantensystem aber als abgeschlossenes System betrachtet werden. Nach dem 2. Hauptsatz der Thermodynamik beschreibt der, diesem Präparationsschritt zugeordnete, Operator U_{NLF} dann aber einen irreversiblen Prozess. Im Gegensatz hierzu muss man einen Einschaltvorgang des Magnetfeldes grundsätzlich als reversibel ansehen, wenn das Magnetfeld hinreichend langsam (Randbedingung (R3) wird nicht erfüllt) eingeschaltet wird, wenn der Einschaltvorgang kontrolliert werden kann. Auch muss das Quantensystem in diesem Fall als offenes (nicht abgeschlossenes System) angesehen werden (dieses trifft natürlich auch zu, wenn das Magnetfeld ausgeschaltet wird). Physikalisch kann das Quantensystem bei diesem Präparationsschritt Energie im Spin-Freiheitsgrad mit dem sich zeitlich ändernden Magnetfeld austauschen. Ganz offensichtlich muss es somit einen grundlegenden Unterschied zwischen diesen Präparationsprozessen geben, da der eine Prozess

irreversibel und der andere reversibel ist. Geht man davon aus, dass die dem in [1] in Abschnitt VII vorgeschlagenen Verfahren zur wechselwirkungsfreien Verschränkung von Quantensystemen zugrunde gelegte Hypothese korrekt ist, so muss dem Präparationsprozess, der durch ein Einschalten des Magnetfeldes B_z unter Einhaltung der Randbedingung (R3) realisiert wird, ein neuer, bisher nicht beobachteter, physikalischer Prozess zugrunde liegen. Ob dieser mit den in [1] in Abschnitt V beschriebenen kohärent gekoppelten Vakuumfluktuationen übereinstimmt, kann hier jedoch nicht entschieden werden. Diese Frage lässt sich wohl erst entscheiden, wenn das in [1] in Abschnitt VI beschriebene Verfahren zur wechselwirkungsfreien Informationsübertragung erfolgreich realisiert werden kann, da dieses nur genau dann realisiert werden kann, wenn der Prozess der kohärent gekoppelten Vakuumfluktuationen tatsächlich physikalisch auftreten kann. Auf dieses Verfahren möchte ich daher im Folgenden noch kurz eingehen.

Das in [1], Abschnitt VI beschriebene Verfahren zur wechselwirkungsfreien Informationsübertragung wurde erstmals in [13] vorgeschlagen. Bei diesem Verfahren werden vier identische Spin $\frac{1}{2}$ Systeme S_1 , S_2 , S_3 und S_4 betrachtet. Dass dieses als Test für den in [13] postulierten Prozess der kohärent gekoppelten Vakuumfluktuationen herangezogen werden kann, liegt an den für dieses Verfahren erforderlichen Randbedingungen. Diese müssen so gewählt werden, dass es bei dem betrachteten Präparationsschritt (im Sinne des Superpositionsprinzips) zwei prinzipiell ununterscheidbare Möglichkeiten gibt: Bei der ersten Möglichkeit kann der Prozess der kohärent gekoppelten Vakuumfluktuation zwischen den Quantensystemen S_1 und S_4 auftreten. Bei der zweiten Möglichkeit nicht (siehe hierzu auch die Überlegungen im Zusammenhang mit Abb. 9 in [13], Abschnitt VI). Abb. 9 beschreibt die beiden prinzipiell ununterscheidbaren Möglichkeiten schematisch. Auf Grund dieser Überlegungen wurde dann in [13] eine formal korrekte mathematische Beschreibung des betrachteten Präparationsschrittes (siehe hierzu Gl. (42) bis Gl. (50) in [13]) erarbeitet. Auch wurde intuitiv korrekt erkannt, unter welchen Randbedingungen an den Quantensystemen S_1 und S_4 der Prozess der kohärent gekoppelten Vakuumfluktuationen auftreten kann (diese wurden in [13] jedoch nicht begründet). Nicht erkannt wurde, dass der betrachtete Präparationsschritt nur genau dann realisiert werden kann, wenn auch für die Quantensysteme S_2 und S_3 ganz bestimmte Randbedingungen erfüllt sind (siehe unten). Dieser Fehler hat dann zur Konsequenz, dass der in [13] vorgeschlagene Aufbau zur Realisierung des Verfahrens nicht erfolgreich realisiert werden kann. Erst wenn die erforderlichen Randbedingungen auch für die Quantensysteme S_2 und S_3 korrekt gewählt werden, kann das in [13] vorgeschlagene Verfahren zur wechselwirkungsfreien Informationsübertragung erfolgreich realisiert werden.

In [1] in Abschnitt VI wird das in [13] vorgeschlagene Verfahren zur wechselwirkungsfreien Informationsübertragung dann noch einmal aufgegriffen. Hier wurde dann offensichtlich erkannt, dass es in [13] nicht gelungen ist, ein Kriterium zu erarbeiten, welches beschreibt, wann die für eine erfolgreiche Realisierung dieses Verfahrens erforderlichen Randbedingungen erfüllt sind. Da es jedoch auch in [1] nicht gelungen ist, dieses Kriterium zu erarbeiten, wurde dort der falsche Schluss gezogen. Was zu der in [1] in Abschnitt VI beschriebenen „Variante 2“ für die Realisierung des in [13] vorgeschlagenen Verfahrens zur wechselwirkungsfreien Informationsübertragung führte. Diese ist jedoch grundsätzlich nicht realisierbar (siehe unten). Dieser Fehler ist bemerkenswert, da streng genommen alle Informationen zur Ausarbeitung des gesuchten Kriteriums in [1] bereits vorlagen. Den Grund hierfür kann man wohl nur darin sehen, dass auch in [1] noch nicht erkannt wurde, dass die allgemein akzeptierte Vorstellung, dass jeder physikalisch realisierbare, eine Zustandstransformation beschreibende, unitäre Operator einen reversiblen Prozess beschreibt, nicht korrekt sein kann (siehe oben). Somit wurde in [1] auch nicht erkannt, dass der unitäre Operator U_{KV} (siehe hierzu Gl. (46) in [13]) einen irreversiblen Prozess beschreibt und die erforderlichen Randbedingungen zur Realisierung des in [13] vorgeschlagenen Verfahrens zur wechselwirkungsfreien Informationsübertragung über die Entropie des Quantensystems festgelegt werden können (siehe unten).

Ich möchte nun noch kurz erläutern, wie das in [13] vorgeschlagene Verfahren zur wechselwirkungsfreien Informationsübertragung korrekt realisiert werden kann. In [13] wurden statische Magnetfelder betrachtet, in die die Quantensysteme S_1 und S_4 mit definierten Geschwindigkeiten und zu genau definierten Zeitpunkten eintreten können. Da dieses technisch nur schwer realisierbar ist, möchte ich hier annehmen, dass die identischen Spin $\frac{1}{2}$ - Systeme S_i ($i = 1,2,3,4$) in Ruhe sind. Die einzelnen Quantensysteme sollen dabei in klar unterscheidbaren Raumbereichen R_i , lokalisiert sein (S_i in R_i , wobei die Raumbereiche nicht überlappen sollen). Die Abstände zwischen den Raumbereichen R_i sollen dabei so groß sein, dass eine Wechselwirkung zwischen den Quantensystemen S_i ausgeschlossen werden kann. Jedem Raumbereich R_i soll ein Magnetfeld ${}_iB_z$ überlagert werden können. Diese sollen beliebig ein- und ausgeschaltet werden können. Für die eingeschalteten Magnetfelder soll gelten ${}_1B_z = {}_2B_z = {}_3B_z = {}_4B_z$. Beide Varianten können als zueinander äquivalent angesehen werden.

Zu Beginn sollen alle vier Magnetfelder eingeschaltet sein. Weiter sollen die Quantensysteme S_1 und S_2 in dem maximal verschränkten Bell-Zustand Ψ .

vorliegen. Dasselbe soll für die Quantensysteme S_3 und S_4 gelten. Dem aus den Systemen S_1 bis S_4 zusammengesetzten Quantensystem kann dann der Zustand $\Psi_{-}^{43/21}$ gemäß

$$\Psi_{-}^{43/21} = \Psi_{-}^{43} \times \Psi_{-}^{21} \quad (34)$$

$$\text{mit: } \Psi_{-}^{43} = 1/2^{1/2}(|1\rangle_4|0\rangle_3 - |0\rangle_4|1\rangle_3) \\ \Psi_{-}^{21} = 1/2^{1/2}(|1\rangle_2|0\rangle_1 - |0\rangle_2|1\rangle_1)$$

zugeordnet werden. Das Quantensystem liegt dann als energetisch repräsentiertes System vor. Für die Entropie S_{GS} ergibt sich dann der Wert

$$S_{GS}(\text{en}\Psi_{-}^{43/21}) = 2 \quad (35)$$

Die Magnetfelder ${}_1B_z$ und ${}_4B_z$ sollen dann zu einem festgelegten Zeitpunkt T_A zeitgleich (mit ${}_1B_z(t) = {}_4B_z(t)$, t bezeichnet hier die Zeit) kontrolliert ausgeschaltet werden (die Randbedingung (R3) soll dabei nicht erfüllt sein). Über den zeitlichen Verlauf des Ausschaltvorgangs kann festgelegt werden, zu welchem Zeitpunkt $T_E > T_A$ man dem Quantensystem dann den Zustand ${}_{\text{en}23\text{el}14}\Psi_{-}^{43/21}$ zuordnen kann. Der Index „en23el14“ bedeutet, dass die Quantensysteme S_2 und S_3 eine energetische Repräsentation besitzen und die Quantensysteme S_1 und S_4 keine energetische Repräsentation besitzen. Dieses lässt sich einfach zeigen: Befindet sich das aus den Systemen S_1 und S_2 bestehende Quantensystem zum Zeitpunkt T_A in dem energetisch repräsentierten Zustand $\text{en}\Psi_{-}^{21}$ und wird dann zum Zeitpunkt T_A das dem Raumbereich R_1 überlagerte Magnetfeld ${}_1B_z$ kontrolliert ausgeschaltet, so entwickelt sich der Zustand des Systems danach gemäß

$$\Psi_{36} = 1/2^{1/2}(|1\rangle_2|0\rangle_1 - e^{i\varphi(t)} |0\rangle_2|1\rangle_1). \quad (36)$$

Wobei die Phase $\varphi(t)$ während des Ausschaltvorgangs von dem zeitlichen Verlauf des Magnetfeldes ${}_1B_z(t)$ und von dem Magnetfeld ${}_2B_z$ abhängt. Danach hängt $\varphi(t)$ nur noch von ${}_2B_z$ ab. Wählt man dann den Zeitpunkt T_E so, dass die Phase $\varphi(t)$ zu diesem Zeitpunkt sich gerade um ein ganzzahliges Vielfaches von 2π geändert hat (dieses ist immer möglich), so ergibt sich zum Zeitpunkt T_E der Zustand ${}_{\text{en}2\text{el}1}\Psi_{-}^{21}$. Dieselben Überlegungen gelten auch für das aus den Systemen S_3 und S_4 bestehende System. Für die Entropie S_{GS} ergibt sich dann der Wert

$$S_{GS}({}_{\text{en}23\text{el}14}\Psi_{-}^{43/21}) = 2, \quad (37)$$

da die Systeme S_1 und S_4 bereits vollständig energetisch charakterisiert sind und somit das nicht über das Quantensystem vorliegende Wissen durch die Systeme S_2 und S_3 festgelegt wird.

Werden nun zum Zeitpunkt T_E die Magnetfelder ${}_1B_z$ und ${}_4B_z$ zeitgleich unter Einhaltung der Randbedingung (R3) eingeschaltet, so sollte der in [13] in Abschnitt V postulierte Prozess der kohärent gekoppelten Vakuumfluktuationen auftreten können, da der Zustand $\Psi_-^{43/21}$ die dort geforderten Eigenschaften besitzt. Diese sind: 1.): Den Systemen S_1 und S_4 muss im Spin-Freiheitsgrad sowohl die Energie μB_z als auch die Energie $-\mu B_z$ über die für das Quantensystem möglichen energetischen Repräsentationen zugeordnet werden können. 2.): Um den Zustandsanteil, der den Systemen S_1 und S_4 zugeordnet ist, bezüglich der Bell-Basis beschreiben zu können, muss der Basisvektor Ψ_- erforderlich sein. Die erste Bedingung ist offensichtlich erfüllt. Dass auch die zweite Bedingung erfüllt ist, sieht man, wenn man den Zustand $\Psi_-^{43/21}$ umschreibt:

$$\Psi_-^{43/21} = 1/4^{1/2} \{ \Psi_+^{41/32} - \Phi_+^{41/32} - \Psi_-^{41/32} + \Phi_-^{41/32} \} \quad (38)$$

$$\begin{aligned} \text{mit: } \Psi_+^{41/32} &= 1/2^{1/2} \{ |1\rangle_4 \Psi_+^{32} |0\rangle_1 + |0\rangle_4 \Psi_+^{32} |1\rangle_1 \} \\ \Phi_+^{41/32} &= 1/2^{1/2} \{ |0\rangle_4 \Phi_+^{32} |0\rangle_1 + |1\rangle_4 \Phi_+^{32} |1\rangle_1 \} \\ \Phi_-^{41/32} &= 1/2^{1/2} \{ |0\rangle_4 \Phi_-^{32} |0\rangle_1 - |1\rangle_4 \Phi_-^{32} |1\rangle_1 \} \\ \Psi_-^{41/32} &= 1/2^{1/2} \{ |1\rangle_4 \Psi_-^{32} |0\rangle_1 - |0\rangle_4 \Psi_-^{32} |1\rangle_1 \} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{und: } \Psi_+^{32} &= 1/2^{1/2} (|1\rangle_3 |0\rangle_2 + |0\rangle_3 |1\rangle_2) \\ \Phi_+^{32} &= 1/2^{1/2} (|0\rangle_3 |0\rangle_2 + |1\rangle_3 |1\rangle_2) \\ \Psi_-^{32} &= 1/2^{1/2} (|1\rangle_3 |0\rangle_2 - |0\rangle_3 |1\rangle_2) \\ \Phi_-^{32} &= 1/2^{1/2} (|0\rangle_3 |0\rangle_2 - |1\rangle_3 |1\rangle_2). \end{aligned}$$

Sofern der Prozess der kohärent gekoppelten Vakuumfluktuationen der einzige Prozess ist, der unter diesen Bedingungen auftreten kann, sollte dieser dann mit Sicherheit eintreten, wenn die über die Systeme S_2 und S_3 vorgegebenen Randbedingungen dieses zulassen (siehe unten).

Wie in [13] in Abschnitt VI gezeigt wird, kann dieser Präparationsschritt (das zeitgleiche Einschalten der Magnetfelder ${}_1B_z$ und ${}_4B_z$ unter Einhaltung der Randbedingung (R3)) durch den unitären Operator U_{KV} gemäß

$$\Psi_{39} = U_{KV} (\Psi_-^{43/21}) = 1/2^{1/2} (\Psi_-^{43/21} - \Phi_-^{43/21}), \quad (39)$$

mit: $\Phi_-^{43/21} = \Phi_-^{43} \times \Phi_-^{21}$

und: $\Phi_-^{43} = 1/2^{1/2}(|0\rangle_4|0\rangle_3 - |1\rangle_4|1\rangle_3)$
 $\Phi_-^{21} = 1/2^{1/2}(|0\rangle_2|0\rangle_1 - |1\rangle_2|1\rangle_1)$

und:

$$U_{KV} = \begin{matrix} & \langle A | & \langle B | \\ \begin{matrix} |A\rangle \\ |B\rangle \end{matrix} & \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \end{matrix} \quad (40)$$

mit: $|A\rangle = 1/2^{1/2} (\Psi_+^{41/32} - \Phi_+^{41/32})$ und $|B\rangle = 1/2^{1/2} (\Psi_-^{41/32} - \Phi_-^{41/32})$

beschrieben werden. In der Rechenbasis erhält man dann für Ψ_{39} :

$$\Psi_{39} = 1/8^{1/2} \{ |1\rangle_4 |0\rangle_3 |1\rangle_2 |0\rangle_1 - |1\rangle_4 |0\rangle_3 |0\rangle_2 |1\rangle_1 - |0\rangle_4 |1\rangle_3 |1\rangle_2 |0\rangle_1 + |0\rangle_4 |1\rangle_3 |0\rangle_2 |1\rangle_1 - |0\rangle_4 |0\rangle_3 |0\rangle_2 |0\rangle_1 + |0\rangle_4 |0\rangle_3 |1\rangle_2 |1\rangle_1 + |1\rangle_4 |1\rangle_3 |0\rangle_2 |0\rangle_1 - |1\rangle_4 |1\rangle_3 |1\rangle_2 |1\rangle_1 \}. \quad (41)$$

Für das energetisch repräsentierte Quantensystem im Zustand Ψ_{39} ergibt sich dann für die Entropie S_{GS} der Wert

$$S_{GS} (en\Psi_{39}) = 3. \quad (42)$$

Da das Quantensystem bei diesem Präparationsschritt als abgeschlossenes System angesehen werden muss und die Entropie des Quantensystems bei diesem Präparationsschritt zunimmt, muss nach dem 2. Hauptsatz der Thermodynamik der unitäre Operator U_{KV} einen irreversiblen Prozess beschreiben.

Damit ist dann aber auch klar, dass die in [1] in Abschnitt VI vorgeschlagene „Variante 2“ grundsätzlich nicht realisierbar ist. Denn: Ausgangspunkt ist dort der Zustand $en_{14el23}\Psi_-^{43/21}$. Bei diesem besitzen die Systeme S_1 und S_4 eine energetische Repräsentation und die Systeme S_2 und S_3 keine. Für die Entropie S_{GS} ergibt sich dann der Wert

$$S_{GS} (en_{14el23}\Psi_-^{43/21}) = 2. \quad (43)$$

Werden dann die Magnetfelder ${}_1B_z$ und ${}_4B_z$ unter Einhaltung der Randbedingung (R3) ausgeschaltet, so liegt das Quantensystem danach als elementares

Quantensystem vor. Unabhängig davon, in welchem Zustand das Quantensystem vorliegt, ergibt sich nach Gl. (29) für S_{GS} der Wert S_{GS} (elementares Quantensystem) = 0. Die Entropie müsste bei diesem Präparationsschritt somit abgenommen haben. Da das Quantensystem unter diesen Bedingungen aber als abgeschlossenes System betrachtet werden muss, ist nach dem 2. Hauptsatz der Thermodynamik eine Abnahme der Entropie aber grundsätzlich nicht möglich. Damit ist klar, dass die Variante 2 grundsätzlich nicht realisiert werden kann.

Dass das in [13] vorgeschlagene Verfahren zur wechselwirkungsfreien Informationsübertragung (Variante 1 in [1], Abschnitt VI) nicht erfolgreich realisiert werden kann, liegt daran, dass auch die Systeme S_2 und S_3 in [13] im Ausgangszustand ${}_{el}\Psi_{-}^{43/21}$ keine energetische Repräsentation besitzen. Dieses ist auch der wesentliche Unterschied zu der hier betrachteten Situation.

Dieses lässt sich einfach einsehen. Geht man (wie oben beschrieben) von dem Zustand ${}_{en23el14}\Psi_{-}^{43/21}$ aus, so ergibt sich folgender Sachverhalt: Zum Zeitpunkt T_E liegen die Systeme S_1 und S_2 in dem maximal verschränkten Zustand ${}_{en2el1}\Psi_{-}^{21}$ vor. Aufgrund dieser Tatsache und da das System S_2 bereits eine energetische Repräsentation realisiert hat, steht für das System S_1 bereits fest, welche energetische Repräsentation sich an diesem ergibt, wenn das Magnetfeld ${}_1B_z$ hinreichend langsam (Randbedingung (R3) wird nicht erfüllt), kontrolliert eingeschaltet wird (auch wenn es prinzipielle unmöglich ist, vorherzusagen, welche energetische Repräsentation tatsächlich realisiert wurde). Dieselbe Überlegung trifft auch auf die Systeme S_3 und S_4 zu. Bei dem, durch den Operator U_{KV} beschriebenen, zeitgleichen Einschaltvorgang der Magnetfelder ${}_1B_z$ und ${}_4B_z$ unter Einhaltung der Randbedingung (R3) gibt es dann im Sinne des Superpositionsprinzips zwei prinzipiell ununterscheidbare Möglichkeiten (Fälle):

(Fall I): Die energetischen Repräsentationen („die Ausrichtungen der Spins“) der Systeme S_2 und S_3 sind gleich. Dieses hat zur Folge, dass der Prozess der kohärent gekoppelten Vakuumfluktuation nicht auftreten kann, da es hierzu erforderlich ist, dass die Spins der Systeme S_1 und S_4 sich „antiparallel ausrichten können“, was in diesem Fall aber prinzipiell unmöglich ist.

(Fall II): Die energetischen Repräsentationen (die Ausrichtungen der Spins) der Systeme S_2 und S_3 sind nicht gleich („die Spins sind zueinander antiparallel ausgerichtet“). In diesem Fall kann der Prozess der kohärent gekoppelten Vakuumfluktuation auftreten. Dieses führt dann zu einem „simultanen Umklappen“ der Spins.

Detailliert werden diese Überlegungen in [13], Abschnitt VI im Zusammenhang mit Abb. 9 ausgeführt. Nur wenn es bei dem zeitgleichen Einschaltvorgang der Magnetfelder ${}_1B_z$ und ${}_4B_z$ im Sinne des Superpositionsprinzips diese beiden ununterscheidbaren Möglichkeiten gibt, beschreibt der Operator U_{KV} diesen Präparationsschritt korrekt. Wenn dieses Verfahren erfolgreich realisiert werden kann, bedeutet dieses aber im Umkehrschluss, dass der postulierte Prozess der kohärent gekoppelten Vakuumfluktuationen tatsächlich physikalisch auftreten kann.

Der in [13] in Abschnitt VI als „synchroner“ bzw. als „asynchroner“ Betrieb der Quellen $Q_{2/1}$ und $Q_{3/4}$ bezeichnete Betriebszustand des Aufbaus, entspricht dann hier dem zeitgleichen (synchronen) Einschalten der Magnetfelder ${}_1B_z$ und ${}_4B_z$ unter Einhaltung der Randbedingung (R3) bzw. dem zeitlich versetzten (asynchronen) Einschalten der Magnetfelder ${}_1B_z$ und ${}_4B_z$ unter Einhaltung der Randbedingung (R3). Wobei für den asynchronen Betrieb die Einschaltvorgänge nicht zeitlich überlappen dürfen. Alternativ könnte man den asynchronen Betrieb hier auch dadurch realisieren, dass jeweils nur ein Magnetfeld (entweder ${}_1B_z$ oder ${}_4B_z$) unter Einhaltung der Randbedingung (R3) eingeschaltet wird.

Literatur:

- [1] : Deutsche Patentanmeldung DE 10 2012 000 044.8; Verfahren zur wechselwirkungsfreien Verschränkung von Quantensystemen in Quantencomputern; Gerhart Schroff, 07.06.2011.
- [2] : R.P. Feynman, R.B. Leighton and M.L. Sands in „The Feynman Lectures on Physics“ (Addison-Wesley Publishing Co., Inc. Reading, 1989).
- [3] : D.M. Greenberger, M.A. Horne and A. Zeilinger, Phys. Today, 22, (August 1993).
- [4] : Jürgen Audretsch; Verschränkte Systeme. Die Quantenphysik auf neuen Wegen; WILEY-VCH, ISBN 3-527-40452-X.
- [5] : A. Zeilinger, Am. J. Phys. 49, 882, (1981).
- [6] : Wolfgang Hänsel; Quantenbits in der Ionenfalle; Der Quantenmechanik in die Karten geschaut; Physik in unserer Zeit, 2/2006 (37), 64.
- [7] : W. Pauli, The Connection between Spin and Statistics; Phys. Rev. Vol. 58, 716 - 732 (1940). Eine alternative Ableitung des Zusammenhangs zwischen Spin und Statistik findet man in: Arthur Jabs; Connecting Spin and statistics in quantum mechanics; Foundations of Physics 40 (7), 776-792, 793-794 (2010).
- [8]: Max Wutz; Theorie und Praxis der Vakuumtechnik; (1965), Friedr. Vieweg & Sohn, Braunschweig.
- [9]: Claus Kiefer; Auf dem Weg zur Quantengravitation; Spektrum der Wissenschaft, April 2012, Seite 34 - 43. Joseph Polchinski; Volume I, An Introduction to the Bosonic String, String Theorie; 2005 Cambridge University Press, ISBN 978-0-521-67227-6.
- [10]: Jan Ambjorn, Jerzy Jurkiewicz und Renate Loll; Das fraktale Quantenuniversum; Spektrum der Wissenschaft, Februar 2009, Seite 24 – 31. Loll R. The Emergenze of Space-time, or Quantum Gravity on Your Desktop. In: Classical and Quantum Gravity 25 (11), Nr. 114006, 2008.
- [11] : Dissertation; Mark Riebe; Preparation of Entangled States and Quantum Teleportation with Atomic Qubits; Institut für Experimentalphysik, Leopold-Franzens-Universität Innsbruck (2005).
- [12]: Hays Hinrichsen; Informationstheoretischer Zugang zur Entropie; Entropie entmystifiziert; Physik in unserer Zeit, 5/2012 (43), 246.
- [13] : Deutsche Patentanmeldung DE 10 2010 047 168.2; Verfahren zur wechselwirkungsfreien Informationsübertragung; Gerhart Schroff, 30.09.2010.
- [14] : Haken, Wolf; Molekülphysik und Quantenchemie; 3. Auflage, Kapitel 18, Springer Verlag, ISBN 3-540-63786-9 (1998).

Abbildungen

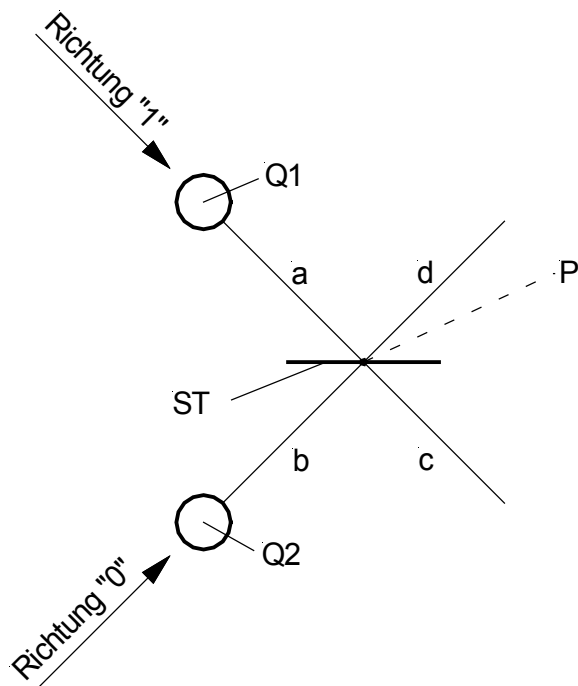


Abb. 1

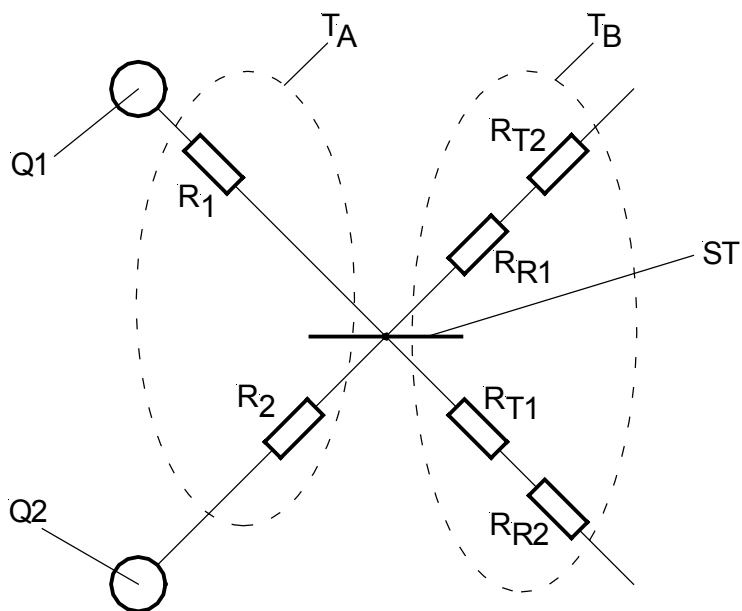


Abb. 2

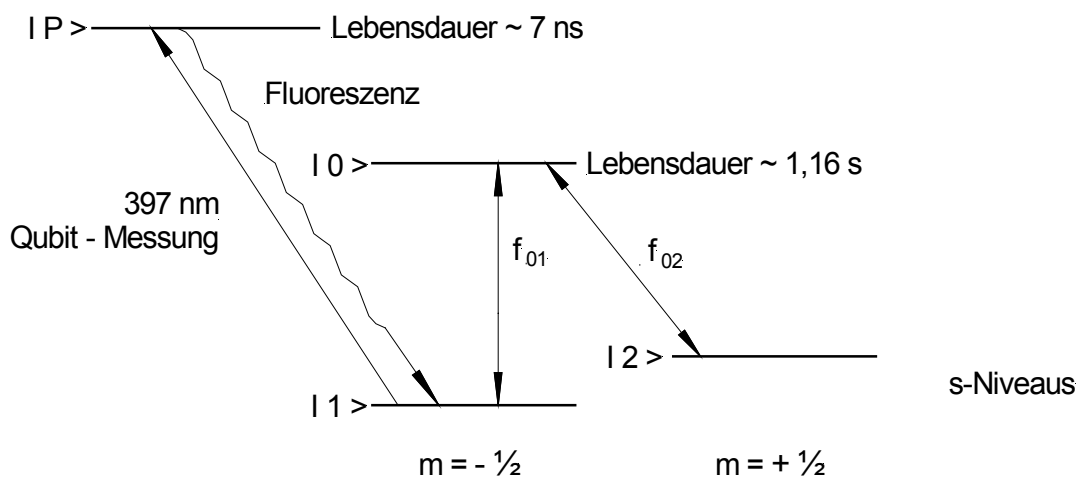


Abb. 3